www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

MAE90

CONCOURS RESEAU ESCO

MATHEMATIQUES

DUREE : 4 heures

OPTION : ECONOMIQUE

EXERCICE N° 1

Dans les questions 3°) b) et 4°), les résultats seront arrondis à 10^{-3} près au plus proche. Les résultats intermédiaires figureront dans un tableau et les calculs suivants seront effectués à partir de ces valeurs.
Les formules utilisées devront être citées.

Le tableau suivant donne les indices des prix à la consommation (x_i) et des revenus horaires (y_i) en Islande par rapport à l'année 1980.
Les deux indices 1980 sont donc égaux à 100

Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986
Indice des prix à la consommation (x_i)	150,6	224,7	418,2	547,0	721,8	881,9
Indice des revenus horaires (y_i)	152,7	228,5	339,0	403,2	531,6	667,7

1. a) Dans chaque colonne, calculer les taux annuels d'augmentation. Quelle a été l'année la plus "dure" pour les Islandais ?
   b) Calculer le taux annuel moyen d'augmentation des revenus entre 80 et 86 ?

2. Calculer l'indice 1987 des prix à la consommation sachant que le taux annuel d'augmentation entre 1986 et 1987 a été de 14,08 %.

3. a) Représenter sur papier semi-logarithmique le nuage de points $M_i(t_i, x_i)$ pour $i \in \{1,2,\ldots,6\}$ où t_i est le rang de l'année (le rang t_3 de l'année 1983 par exemple est 3).
   b) On pose $v_i = \log x_i$ $(1 \leqslant i \leqslant 6)$
   Calculer le coeffícient de corrélation de la série double (T,V). Déterminer par la méthode des moindres carrés la droite de régression de V en T et tracer cette droite sur le graphique.
   c) En déduire un ajustement de X en fonction de T et déterminer la valeur que l'on obtiendrait par cet ajustement pour l'indice 1987 des prix à la consommation. Comparer avec 2.

4. On pose $w_i = \log y_i$. $(1 \leqslant i \leqslant 6)$

Déterminer la droite de régression de W en V par la méthode des moindres carrés. En déduire un ajustement de Y en X.

Quel serait alors l'indice des revenus en 1987, (l'indice des prix étant celui trouvé au 2.) ?

Quel indice des revenus obtiendrait-on si on considérait que le taux d'augmentation des revenus entre 1986 et 1987 était le taux annuel moyen obtenu en 1.b)?

Comparer et interpréter.

EXERCICE N°2

Soit $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 5 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

1. a) Montrer que A est inversible et calculer son inverse par la méthode du Pivot de Gauss.

   b) En déduire que le système (S)
   $$(S) \begin{cases} -x + y + z + t = a \\ 2x + z + 3t = b \\ 5x - 3y + z + t = c \end{cases}$$
   admet une infinité de solutions quels que soient les réels a, b, c.

2. On pose b = 2 ; c = 5 ; Soit (x,y,z,t) une solution du système.
   Exprimer x, y et z en fonction de t et de a.
   L'application de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$: $(a,t) \longmapsto (x,y,z)$ est-elle linéaire ?

3. a) Déterminer graphiquement l'ensemble des couples (a,t) satisfaisant aux conditions :
   $$\begin{aligned} &i) && 3a + 8t - 3 \geqslant 0 \\ &ii) && 3a - t + 3 \geqslant 0 \\ &iii) && -3a - 4t + 15 \geqslant 0 \\ &iv) && t \geqslant 0 \end{aligned}$$

   b) Pour quelle valeurs du paramètre a, le système (S) admet-il des solutions vérifiant les conditions :
   $$\begin{aligned} &i) && x \leqslant 0 \\ &ii) && z \geqslant 0 \\ &iii) && 2x - y + 1 \geqslant 0 \\ &iv) && t \geqslant 0 \end{aligned}$$

4. Soit $B(x,y,z,t) = z - (x + y + t)$

   a) Pour a fixé, déterminer t en fonction de a pour que B soit maximum et que les conditions du 3. b) soient satisfaites.

   b) Déterminer a et t tels que B soit maximum et que les conditions du 3. b) soient satisfaites.

.../...

EXERCICE N° 3

Objectif : étude de l'équation $[e^{nx} = n(x + 1)]$: (E_n), pour $n \in \mathbb{N}$.

I. On note $f_n : x \mapsto e^{nx} - (x + 1) \times n$

1) Etudier les variations de f_n pour $n \in \mathbb{N}$. Construire le tableau de variations (en précisant les limites) et en déduire, selon les valeurs de n, le nombre de solutions de (E_n).

2) On note (C_n) la courbe représentant f_n dans un plan rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. Etudier les branches infinies de (C_n). Construire dans un même repère (C_0), (C_1) et (C_2).

3) Soit $\alpha < 0$. On note $\mathcal{A}_n(\alpha)$ l'aire du domaine limité par (C_n), la droite Δ_n d'équation $y = -nx - n$, les droites $x = \alpha$ et $x = 0$, Calculer $\mathcal{A}_n(\alpha)$ puis $\lim\limits_{\alpha \to -\infty} \mathcal{A}_n(\alpha) = A_n$, lorsque cette limite existe. Que peut-on dire de A_n lorsque n tend vers $+\infty$? Interpréter graphiquement ce résultat.

II. On s'intéresse ici au cas $n = 2$ et on cherche une valeur approchée de la solution α_2 positive de E_2.

1) Vérifier que $\alpha_2 \in [0,1]$.

2) Soit $u \in \mathbb{R}^*$. On note T_u la tangente à (C_2) au point d'abscisse u et g(u) l'abscisse du point d'intersection de T_u avec Ox.

a) Montrer que $g(u) = u - \dfrac{f_2(u)}{f_2'(u)}$ (1)

b) Etudier la position de T_u par rapport à (C_2).

c) Montrer que si $u > 0$, $g(u) \geqslant \alpha_2$. Utiliser (1) et b).

d) Montrer que si $u \geqslant \alpha_2$, $g(u) \leqslant u$.

3) On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - \dfrac{f_2(u_n)}{f_2'(u_n)} \text{ pour } n \geqslant 0 \end{cases}$$

a) Déduire de 2) que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente et montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \alpha_2$.

b) En utilisant ce qui précède, réaliser un programme sur calculatrice pour déterminer une valeur approchée de α_2 avec la précision de cette calculatrice.

On indiquera l'algorithme utilisé ; par exemple :

- en donnant le programme Basic pour une calculatrice qui possède ce langage,
- ou bien en donnant des explications claires en français décrivant le programme.

Quelle remarque peut-on faire sur la vitesse de convergence de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$?

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail